Módulo 05 - Medidas de Risco

Marcos Cavalcanti (1920533) & Gustavo Deustcher (1820438)

07/05/2022

### Instalação dos Pacotes

pacman::p\_load(tidyverse,  
 geometry)

## Questão 1

### Item 1.1

De acordo com o PDF da Aula 2, um agente neutro a risco opta sempre por maximar o valor esperado do seus investimentos, mesmo que, por exemplo, isso incorra em um risco de perda máxima maior que outros investimentos. A sua função de utilidade pode ser obtida igualando-se ao valor esperado do retorno das suas decisões.

Matematicamente, seja o conjunto de decisões de um agente neutro a risco. Desse modo, ele deve optar por

Trazendo esses conceitos ao nosso problema, temos que

Sejam , e os vetores de lucro e o vetor de probabilidade de ocorrência de cada cenário .

#### Cálculos

LA = c(-4000,7000,9000,-8000,-5000,6000,-8000,-4000,-8000,8000)  
LB = c(1000,0,7000,1000,-5000,3000,-4000,-6000,8000,3000)  
LC = c(-6000,-4000,-1000,-3000,-2000,3000,5000,8000,5000,-5000)  
P = c(0.05,0.15,0.13,0.07,0.09,0.10,0.11,0.14,0.03,0.13)  
  
E\_XA = dot(P,LA)  
E\_XB = dot(P,LB)  
E\_XC = dot(P,LC)  
  
print(E\_XA)

## [1] 970

print(E\_XB)

## [1] 230

print(E\_XC)

## [1] 50

Logo, temos que

Como discutido anteriormente, se o tomador de decisão é neutro ao risco, podemos obter **uma** função de utilidade (existem infintas funções, uma vez que se mantido a ordem dos valores da imagem, a função de utilidade se preserva), tal que

Logo,

E, pelo Axioma da Transitividade,

E, portanto, o investidor prefere .

### 

### Item 1.2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| alfa = | 80% |  |  |  |
| (1-alfa)= | 20% | Logo, precisamos encontrar onde a probabilidade acumulado fique (probabilidade acumulada > 20%) | | |







### Item 1.3







### Item 1.4

O projeto a ser escolhido deve ser o projeto B.

Pois a restrição deve ser de possuir um CV@R < 6000, logo o projeto A já fica descartado. Além disso, deve-se maximizar o valor esperado, logo E[xb] > E{xa].

## Questão 2

### Item 2.1

O Valor Presente Líquido (VPL) de um projeto sob certeza, pode ser facilmente calculado a partir do somatório de todos os fluxos de caixa futuros - ora positivos, ora negativos - trazidos a valor presente por uma **taxa de desconto**.

Matematicamente,

E, a taxa desconto única de todos os períodos, então

Sejam a taxa de crescimento constante dos fluxos de caixa, o custo fixo anual, a receita bruta do ano e o custo variável do ano .

No nosso caso da Queen Consolidated, temos que mensurar o VPL do projeto, com as seguintes características:

Logo, teremos

#### Cálculos

r = 0.12  
g = 0.05  
CF = 35000  
R = -100000  
for(t in 1:10){  
 R = c(R,((100000 \*(1+g)^(t-1))/2)-35000)  
}  
# vetor de receita líquida  
print(R)

## [1] -100000.00 15000.00 17500.00 20125.00 22881.25 25775.31  
## [7] 28814.08 32004.78 35355.02 38872.77 42566.41

F = -100000  
for(t in 1:10){  
 F = c(F,R[t+1]/(1+r)^(t))  
}  
F\_cumsum = cumsum(F)  
VPL = F\_cumsum[length(F)]  
print(VPL)

## [1] 41913.28

Dessa forma, temos o valor do projeto igual a

Finalmente, como $VPL > 0 $ , é vantajoso o investimento nesse projeto.

### Item 2.2

Contudo, até agora consideramos fluxos de caixa, taxas de crescimento e taxas de desconto determinísticas, algo fora do comum, para não dizer *irreal*.

Portanto, a segunda parte do item considera o mesmo contexto, porém com os parâmetros modelados por variáveis aleatórias. É verdade que não temos com exatidão a distribuição dos parâmetros (e provavelmente, nunca teremos), mas com uma boa *estimação* é possível modelar o problema de forma a representar *mais* fielmente a realidade.

Agora recorrendo aos cálculos feitos no Excel, vamos simular 10.000 cenários em que cada parâmetro terá uma distribuição de uma variável aleatória.

Seja uma distribuição Triangular(min,mp,max), em que “min” é menor valor, “max” é o maior valor e “mp” é o valor mais provável, vamos aplicar a fórmula

“= max + ( min + (ALEATÓRIO() \* (mp - min) - max) \* RAIZ( ALEATORIO() )”

Seja o investimento inicial da simulação , a Receita ao Final do Primeiro Ano da simulação , a taxa de crescimento da simulação , o Custo Fixo Anual da simulação e, por fim, o Custo Variável da simulação . Então,

Desse modo chegamos ao valor VPL estimado de todas as simulações da seguinte forma:

### Item 2.3

Para calcular o valor do , vamos ordenar os valores dos retornos simulados e tomar o valor do percentil de 5% da série de dados. Desse modo,

Agora, para o cálculo da , temos que

### Item 2.4

Pela propriedade das medidas de risco, elas devem ser invariantes a translação:

Analisando empiricamente os valores, podemos ver que, de fato,

Contudo, o mesmo não vale para o , que toma o valor de

### Item 2.5

Primeiro de tudo, sejam varáveis aleatórios de modo que e . Desse modo, temos que

Logo, pela propriedade das medidas de risco, pode-se dizer que

Ambos os cenários, antigo e novo, dependem das variáveis aleatórias . Desse modo, o VPL sempre apresentou valores inferiores, bem como, obivamente, suas médias também.

Finalmente, é de se esperar que

De fato, temos um VaR no cenário antigo de -210.806,06, e no cenário novo de -359.908,75, concluindo que o novo cenário é mais arriscado, de acordo, é claro, com essa métrica de risco.

### Item 2.6

Calculando com o auxílio do Excel, temos que

Como o CVaR é uma medida de risco coerente, deve valer a propriedade da subaditividade. Logo,